新しい量子測定限界(基研モレキュール型研究会「進化の力学への場の理論的アプローチ」報告,研究会報告)

AUTHOR(S):
広田, 修

研究会報告

新しい量子測定限界

玉川大　工　　広田　修

1。まえがき

近年、光通信、光情報処理技術は著しい発展を遂げている。　しかしながら、光科学のソフトウエアは１９５０代に欧米において数、物、工の境界領域の重要な問題として認識され、すでに考察の対象下にあった。この分野は現在 光通信理論として発展を続けている。光科学の先導的な理論研究の重要性は科学技術史的観点からも疑いの無いものである

光科学の究極は光の量子状態の制御であると考えられ、光通信理論はこの問題に多大の貢献を成してきた。現在、光通信理論が予測する特性を実現する物理現象及びデバイスの調査研究が活発に行われている。我々のグループは一貫して量子状態制御を用いた光通信を研究しており、光通信の究極的特性はこれらによって達成されるものと確信している。

量子状態制御理論の開発の基本は量子状態の制御に対応する作用素理論とその物理的対応の発見である。　現在、最も興味ある現象はスクイズド状態の制御である。　近年、我々はスクイズド状態の制御に関する基本理論とその物理的対応を議論し、それらの帰結として既存の量子測定限界を破る測定過程が存在することを示し、　さらにその実現法として光注入同期過程が適切である事を見いだした。本論では、光注入同期過程をオーソドックスな手法によってその量子論的特性を解析し、従来の理論の帰結の誤りを指摘するとともにその訂正を与える。また、この新しい理論を基に光注入同期過程とスクイザーによって既存の量子測定限界を破る事が可能である事を実証する。

2。注入同期の一般論

レーザの量子論的理論についてはこれまで数多くの研究成果が発表されておりここで繰り返す必要はない。しかし、レーザの注入同期理論は半古典論的解析が主であり、真に量子現象の解析を目的とした研究はないように見受けられる。

これまでレーザや光学素子の理論は殆ど光の量子状態を考慮していない。その代表例は光パラメリック過程である。　この光パラメトリック過程は現在スクイズド状態の生成の最も有力な物理現象として良く知られている。従来の理論は量子状態を全く考慮しなかったためこのような別の意義を発見することができなかった。ここで取り上げる光注入同期過程もそれと同じ事が言える。　本論は光注入同期過程が光の量子ゆらぎ特性をどのように変化させるかを明らかにすることを目的としている。

基礎方程式。

一般にレーザ作用の解析は量子Ｌａｎｇｅｖｉｎ方程式によって行われるが、本稿でも、この理論体系を用いる。注入同期現象を伴う場合の量子Ｌａｎｇｅｖｉｎ方程式は

$$\frac{dE_\ell}{dt} = \frac{1}{2}\left[g - \alpha - \beta E_\ell^{+} E_\ell\right] E_\ell + \frac{\eta}{\sqrt{2}}\left\{E_{in} - i\tilde{E}_{in}\right\} + N \tag{1}$$

E_ℓ は回転波近似の複素振幅作用素、ｇ：線形利得、　α ：損失、　β ：飽和利得、Ｎ：自然放出雑音作用素、　η ：注入光のレーザへの結合係数、最後の項は量子イメージモード項である。量子イメージモードは注入同期現象における量子ゆらぎに対し、不確定性原理を満足するための必然的なものであり、我々によって初めて導入された。

本稿ではスレーブレーザはすでに高励起で、かつ各周波数 ω_0 で発信しているものとする。ここで上記方程式を解くにあたって小信号解析を用いる。このとき、同期レーザ出力は

$$E_\ell = (E_{\ell 0} + \Delta E_\ell)\, e^{-i[(\omega_{in} - \omega_0)t + \phi_{\ell 0} + \Delta\phi_\ell]}$$

また、注入光およびそのイメージモードは

$$E_{in} = (E_{ino} + \Delta E_{in}) e^{-i[(\omega_{in} - \omega_o)t + \Delta\phi_{in}]}$$

$$\tilde{E}_{in} = (E_{ino} + \Delta E_{in}) e^{-i[(\omega_{in} - \omega_o)t + \gamma\Delta\phi_{in}]}$$

$$\gamma = E_{\ell 0} / \Delta E_{\ell}$$

ここで　各変動成分は主に量子ゆらぎに基ずく成分を表す自己共役作用素である。ここで γ は過剰量子位相拡散定数であり、不確定性関係を保存するため導入されたものでありこれらを式（1）に代入することによって、まず定常項を得る。

$$-i(\omega_{in} - \omega_o) E_{\ell 0} - [g - \alpha - \beta E_{\ell 0}^2] E_{\ell 0} = \frac{\eta}{\sqrt{2}} E_{ino} \{ (\cos\phi_{\ell 0} + \sin\phi_{\ell 0}) + i(\sin\phi_{\ell 0} - \cos\phi_{\ell 0}) \} \quad (2)$$

これより同期されたレーザの出力振幅は

$$E_{\ell 0} = \frac{\eta E_{ino}}{\left[(\omega_{in} - \omega_o)^2 + \frac{1}{4}(g - \alpha - \beta E_{\ell 0}^2)^2 \right]^{1/2}} \quad (3)$$

また、発信周波数及び位相は

$$\omega_{\ell} = \omega_{in} \quad (4)$$

$$\phi_{\ell 0} - \phi_{in} = 一定 \; (= 0 : \omega_{in} = \omega_o)$$

これより、スレーブレーザの周波数及び位相は注入光のそれらにロックされる。
一方、変動成分は

$$\frac{d \Delta E_{\ell}}{dt} = -\beta E_{\ell 0} \Delta E_{\ell} + \frac{\eta}{\sqrt{2}} (\cos\phi_{\ell 0} + \sin\phi_{\ell 0}) \Delta E_{in}$$

$$- \frac{\eta}{\sqrt{2}} E_{ino} (\sin\phi_{\ell 0} + \cos\phi_{\ell 0}) \Delta\phi_{\ell} + \frac{\eta}{\sqrt{2}} E_{ino} (\sin\phi_{\ell 0} - \gamma\cos\phi_{\ell 0}) \Delta\phi_{in} + \Delta N_c$$

(5-a)

$$\frac{d\Delta\phi_l}{dt} = -\frac{\Delta E_l}{E_{l0}}(\omega_{in}-\omega_0) - \frac{\eta}{\sqrt{2}E_{l0}}(\sin\phi_{l0}-\cos\phi_{l0})\Delta E_{in}$$
$$-\frac{\eta E_{in0}}{\sqrt{2}E_{l0}}(\cos\phi_{l0}+\sin\phi_{l0})\Delta\phi_l + \frac{\eta E_{in0}}{\sqrt{2}E_{l0}}(\cos\phi_{l0}+\gamma\sin\phi_{l0})\Delta\phi_{in} + \frac{\Delta N_s}{E_{l0}} \qquad (5-b)$$

Ｎｃ，　Ｎｓは自然放出光雑音成分に対応する平均値０の白色雑音である。ここで簡単化のため、スレーブレーザの発信周波数と注入光の周波数は等しく、入射光の位相は $\phi_{in0}=0$ とする。このとき上式は

$$\frac{d\Delta E_l}{dt} = -\frac{\Delta E_l}{\tau_a} + \frac{\eta}{\sqrt{2}}\Delta E_{in} + \frac{\eta E_{in0}}{\sqrt{2}}\Delta\phi_l - \frac{\eta E_{in0}}{\sqrt{2}}\gamma\Delta\phi_{in} + \Delta N_c \qquad (6-a)$$

$$\frac{d\Delta\phi_l}{dt} = \frac{\eta}{\sqrt{2}E_{l0}}\Delta E_{in} - \frac{\eta E_{in0}}{\sqrt{2}E_{l0}}\Delta\phi_l + \frac{\eta E_{in0}}{\sqrt{2}E_{l0}}\Delta\phi_{in} + \frac{\Delta N_s}{E_{l0}} \qquad (6-b)$$

ただし　$1/\tau_a = \beta E_{l0}^2$　，ここで上式をＦｏｕｒｉｅｒ解析法で解く。その結果、振幅ゆらぎと位相ゆらぎのパワースペクトラムは

$$|\Delta E_l(\omega)|^2 = \frac{\eta^2|\Delta E_{in}(\omega)|^2 + \frac{\eta^2}{2}E_{in0}^2(\gamma-1)^2|\Delta\phi_{in}(\omega)|^2 + |\Delta N_c(\omega)|^2}{\omega^2 + 1/\tau_a^2} \qquad (7-a)$$

$$|\Delta\phi_l(\omega)|^2 = \frac{\frac{\eta^2}{2E_{l0}^2}|\Delta E_{in}(\omega)|^2 + \frac{\eta^2 E_{in0}^2}{2E_{l0}^2}|\Delta\phi_{in}(\omega)|^2 + \frac{1}{E_{l0}^2}|\Delta N_s(\omega)|^2}{\omega^2 + \frac{\eta^2 E_{in0}^2}{2E_{l0}^2}} \qquad (7-b)$$

ただし、クロススペクトラムは0となる。以上より各ゆらぎの電力スペクトラムはダンピング定数の逆数付近で急速に減少するのでこれらのゆらぎは帯域制限白色雑音とみなせる。したがって、単位周波数あたりの量子ゆらぎ電力は

$$\langle \Delta E_\ell^2 \rangle = 2G_a |\Delta E_{in}(0)|^2 + G_a E_{in0}^2 (\gamma-1)^2 |\Delta\phi_{in}(0)|^2 + \tau_a^2 |\Delta N_c(0)|^2 \quad (8\text{-}a)$$

$$\langle \Delta \phi_\ell^2 \rangle = \frac{1}{E_{in0}^2} |\Delta E_{in}(0)|^2 + |\Delta\phi_{in}(0)|^2 + \frac{2}{\eta^2 E_{in0}^2} |\Delta N_s(0)|^2 \quad (8\text{-}b)$$

ここで　G_aは小信号増幅度で次のように定義される。

$$G_a = \frac{\tau_a^2 \eta^2}{2} = \left(\frac{\Delta E_\ell}{\Delta E_{in}}\right)^2 \propto \left(\frac{1}{I/I_{th}-1}\right)^2 \quad (9)$$

ここで入力注入光がコヒーレント状態と仮定する。このとき、

$$\langle \Delta E_\ell^2 \rangle \cong \frac{G_a}{2} + \frac{G_\ell}{4} \quad (10)$$

ここで

$$G_\ell = \left(\frac{E_{\ell 0}}{E_{in0}}\right)^2 \quad (11)$$

次に位相は

$$\langle \Delta \phi_\ell^2 \rangle \cong \frac{1}{2E_{in0}^2} > \frac{1}{4E_{in0}^2} \quad (12)$$

以上の結果を複素振幅成分に換算すれば

$$\langle \Delta X_{c\ell}^2 \rangle = \langle \Delta E_\ell^2 \rangle \simeq \frac{G_\ell}{4} \quad (13\text{-}a)$$

$$\langle \Delta X_{s\ell}^2 \rangle = E_{\ell 0}^2 \langle \Delta \phi_\ell^2 \rangle \simeq \frac{G_\ell}{2} \quad (13\text{-}b)$$

したがって、入力換算の不確定性関係は

$$\frac{\langle \Delta E_\ell^2 \rangle}{G_a} \cdot \langle \Delta \phi_\ell^2 \rangle \cong \frac{G_\ell}{G_a}\left(\frac{1}{8 E_{in0}^2}\right) > \frac{1}{16 E_{in0}^2} \qquad (14)$$

ここで一般に　G　　　G　．　一方、複素振幅に対しては

$$\frac{\langle \Delta X_{c\ell}^2 \rangle}{G_\ell} \cdot \frac{\langle \Delta X_{s\ell}^2 \rangle}{G_\ell} \cong \frac{1}{8} > \frac{1}{16} \qquad (15)$$

したがって、注入同期過程における量子ゆらぎ特性は直接的な測定時より劣化する。またスレーブレーザが高励起のとき自然放出の効果は無視しうる。

3。　信号対量子雑音特性

光注入同期過程の量子ゆらぎは前節に示したように従来の光増幅過程とは全く異なった特性を示す。　本節でその詳細を議論する。

３－１。　振幅－位相特性

注入光は変調度１００％の正弦信号によるＡＭとする。　このとき注入同期過程は線形増幅機と見なすことが出来る。すなわち、同期レーザの出力信号成分は

$$\Delta E_{\ell s} = \sqrt{G_a}\, E_{in0} \qquad (16)$$

一方、雑音成分は式（８－ａ）となる。この結果、　信号対雑音比は

$$SN = \frac{G_a E_{in0}^2}{2 G_a |\Delta E_{in}(0)|^2 + G_a (\gamma - 1)^2 |\Delta \phi_{in}(0)|^2} \qquad (17)$$

ここで、注入光がコヒーレント状態とすれば上式は

$$SN = \frac{E_{ino}^{2}}{\frac{1}{2} + \frac{G_l}{G_a}} \tag{18}$$

もし　$G_a = G_l$　であれば上式は最大値となる。

ここで　$G_a = G_l$　とは変調度保存増幅であり、半導体レーザでは

$$G_a \propto (I/I_{th} - 1)^{-2} \tag{19}$$

より、G　＝G　とするには　I／Ｉｔｈ　≅１に設定する必要がある。

３－２。　ＰＳＫ－変調

注入光の位相 ϕ_{ino} が　０と π によるＰＳＫとする。　このとき、信号成分は

$$\begin{aligned} E_{in} = E_{ino}\cos\phi_{ino} &= X_c &&: \phi_{ino} = 0 \\ &= -X_c &&: \quad = \pi \end{aligned} \tag{20}$$

同期レーザ出力は位相同期によって

$$\begin{aligned} E_l = E_{lo}\cos\phi_{lo} &= X_{cl} &&: \phi_{ino} = 0 \\ &= -X_{cl} &&: \quad = \pi \end{aligned} \tag{21}$$

一方、量子雑音は式（ 13 ）によって与えられる。以上より信号対雑音比は

$$SN \cong 4\, E_{ino}^{2} \tag{22}$$

4。受信量子状態制御システム

前節の結果より光注入同期システムは光受信機として特性改善を持たらさない。しかし、光注入同期過程の量子雑音は注入光の量子状態に強く依存するので、その特性を利用することが出来る。我々はすでにスクイザーと注入同期システムを結合することによって光受信システムの特性の大幅な改善が可能であることを発見的な解析によって明らかにしている。ここでは、その結果が正当であることを示す。

ここで、通信路の出力はコヒーレント状態とする。この光をスクイザーによってスクイズド状態に変換する。　スクイザー出力光をスレーブレーザに注入する。スクイザーの信号及び量子雑音入出力特性は

$$\begin{cases} X_c \longrightarrow \sqrt{G_s}\,X_c , \\ \langle \Delta X_c^2 \rangle \longrightarrow G_s \langle \Delta X_c^2 \rangle , \end{cases} \qquad \begin{cases} X_s \longrightarrow \dfrac{X_s}{\sqrt{G_s}} \\ \langle \Delta X_s^2 \rangle \longrightarrow \langle \Delta X_s^2 \rangle / G_s \end{cases} \tag{23}$$

ただし、Ｇｓはスクイズイング利得である。　送信信号がＰＳＫとすれば、スクイザー出力は

$$\begin{array}{ll} \sqrt{G_s}\,X_c & \phi_{ino} = 0 , \\ -\sqrt{G_s}\,X_c & \phi_{ino} = \pi \end{array} \tag{24}$$

この出力光によって注入同期された場合の同期レーザの信号及び量子雑音は

$$\begin{cases} X_{c\ell} = \sqrt{G_\ell}\,(\sqrt{G_s}\,X_c) , \\ \langle \Delta X_{c\ell}^2 \rangle = G_\ell \dfrac{1}{4 G_s} , \end{cases} \quad \phi_{ino} = 0 \qquad \begin{cases} X_{c\ell} = -\sqrt{G_\ell}\,(\sqrt{G_s}\,X_c) \\ \langle \Delta X_{c\ell}^2 \rangle = G_\ell \dfrac{1}{4 G_s} \end{cases} \quad \phi_{ino} = \pi \tag{25}$$

したがって、注入同期出力における光ホモダイン検波のＳＮＲは

$$SN = 4 G_s^2 E_{ino}^2 \tag{26}$$

以上よりＰＳＫ信号に対して新システムはスクイジング利得の２乗倍のＳＮＲ改善を与える事が解る。

5。まとめ

光注入同期過程の量子限界は自然放出光現象によって与えられるものではなく、注入光の量子イメージによることが示された。これは、一般の光増幅機と著しい相異点であり　Ｈａｕｓ　らの半古典的結論と異なる。しかし、これはむしろ直感的である。注入同期過程ではスレーブレーザはすでに高励起で発信しており自然放出光は重要な効果を与えない事は明白であろう。さらにＨａｕｓの解析は不確定性原理を満足していない。我々の解析において、光注入同期過程の量子雑音特性は不確定性原理を満足し、かつそれらは入力光の量子状態に強く依存する事が明らかにされた。

謝辞

御討論及びご意見を賜りました大矢雅則（東理大）、小嶋　泉（京大）の各先生に御礼申し上げます。

参考文献

1。広田、 光通信理論、 森北出版、１９８５。

2。光通信理論研究会編、光通信理論とその応用、森北出版、１９８８・

3。O. Hirota, Properties of quantum communications with received quantum state control, Optics Commun. 67, 3, 1988.

4 H. Haken, Light, I and II, North-Holland 1981.

5. O. Hirota-H. Tsushima, Quantum commun. theory and its applications. The Trans. IEICE. to be published.

6. S. Kobayashi, T. Kimura, Injection locking in AlGaAs semiconductor laser, J. of Quantum Electron., QE-17, 1981.

7. 広田、非線形光増幅機の量子雑音、ISQM（国内シンポジューム）１０月、’８８

8。H. A. Haus, Quantum noise of injection locked laser oscillatar, Phys. Rev. A-29, 3, ’84.

通信路	スクイザー	スレーブレーザ

受信量子状態制御システム